



1. Übungsblatt zur Vorlesung GRAPHENTHEORIE I

Abgabe spätestens in der Übung am 25.04.2025

Aufgabe 1:

2 Punkte

Sei G ein schlichter Graph der Ordnung $n(G) \geq 2$. Beweisen Sie Lemma 1.11 aus der Vorlesung:

$$\alpha(G) = \omega(\overline{G})$$

Aufgabe 2:

2+2 Punkte

Es sei G ein schlichter Graph der Ordnung $n(G) \geq 2$. Zeigen Sie:

- a) Es gilt $\Delta(G) - \delta(G) \leq n(G) - 2$.
- b) Es gibt zwei verschiedene Knoten v und w in G mit $d_G(v) = d_G(w)$.

Aufgabe 3:

2 Punkte

Sei G ein schlichter Graph der Ordnung $n(G) \geq 2$. Zeigen Sie: Es gilt $\delta(G) + \delta(\overline{G}) = n - 1$ genau dann, wenn G regulär ist.

Aufgabe 4:

2 Punkte

Es sei G ein schlichter Graph der Ordnung $n(G) \geq 2$. Man beweise:
Ist $\delta(G) + \Delta(G) + 1 \geq n(G)$, so ist G zusammenhängend.

Aufgabe 5:

3 Punkte

Beweisen Sie Lemma 3.7 aus der Vorlesung:

Es gilt für nicht-triviale G : $\kappa(G) \leq \lambda(G) \leq \delta(G)$. Dabei ist $\kappa(G)$ der Knotenzusammenhang und $\lambda(G)$ der Kantenzusammenhang von G .

Aufgabe 6:

4 Punkte

Es sei G ein zusammenhängender Graph der Ordnung $n(G) \geq 2$ und sei $c(G)$ die Anzahl Komponenten in G . Ist $d_G(v)$ gerade für jeden Knoten $v \in V(G)$, so zeige man $2c(G - v) \leq d_G(v)$ für alle $v \in V(G)$.

Aufgabe 7:

3 Punkte

Gibt es einen schlichten Graphen G mit $c(G) = 3$, $n(G) = 12$, $\delta(G) = 3$ und $\Delta(G) = 4$? Man bestimme alle nicht isomorphen, schlichten Graphen der Ordnung $n(G) = 13$ mit $c(G) = 3$, $\delta(G) = 3$ und $\Delta(G) = 4$.

Viel Erfolg!